Questo teorema può esser utile nella ricerca delle superficie che hanno un sistema di linee di curvatura sferiche.

Il seguente teorema deducesi facilmente dal citato teorema del sig. J. A. SERRET.

Se una linea di curvatura e sferica, i piani tangenti alla superficie, nei punti di questa linea, sono tangenti ad una medesima sfera.

«
8

X.

La teoria dei sistemi di rette, distribuite nello spazio, della quale ci siamo occupati in alcuni dei precedenti articoli, può considerarsi sotto due aspetti assai differenti fra i quali, per quanto ci sembra, non fu sempre fatta una distinzione così esplicita come si conveniva.

Si può infatti supporre che i coseni *X,* F, *Z* sieno funzioni delle *tre* coordinate del punto di partenza, considerate come variabili *indipendenti:* e in questo caso si ottiene un sistema che potrebbesi chiamare *complesso,* giacché per ciascuni punto dello spazio passa un numero *infinito* di rette, generataci di una superficie conica. Sieno infatti

Lzi:!-* —*y* -^ — *
— ~ — -

le equazioni di una di queste rette, in cui £, Y), *(rappresentano le coordinate correnti, x, *y,* ^ quelle del suo punto di partenza. Se consideriamo £, Y), C come costanti, le *due* equazioni precedenti sono soddisfatte dalle coordinate x_y *y,* ^ dei punti di partenza di tutte le rette che passano per il punto dato (£, 75, *(); dunque il luogo geometrico di questi punti è una *linea continua,* che passa per il punto stesso.

Questo caso fu già considerato da MALUS *), il quale osservò che fra i punti circonvicini a quello donde esce una data retta del sistema, ve ne sono alcuni dai quali escono altre rette che incontrano la data in qualche punto (o meglio le cui minime distanze da quella sono d'ordine superiore al primo), e che il luogo geometrico di questi punti è una superficie conica di 2° ordine, di cui la retta data è una genera-trice. Ciò dimostrasi facilmente rappresentando con *i* il valor comune dei tre rapporti (25) e differenziando le tre equazioni risultanti nell'ipotesi *d£* = *dr*| = d£ = o; si ha

*) *Mémoire sur l'optique,* nel t. VII del Journal de FÉcole Polytechnique, pag. i. Questo teorema guò dedursi da quello di MONGE, come ha osservato il signor CHASLES, Comptes rendus de PA-cadémie des Sciences, t. LII (1861), pag. 1017.